سینماتیک و دینامیک ربات مارمانند در حرکت کرم‌مانند بر روی سطح شیب‌دار*

جواد صافحیان[۱] علیرضا اکبرزاده[۲]

چکیده ربات‌های مارمانند نوعی از ربات‌ها با تعداد درجات آزادی بالا می‌باشند که از به هم پیوستن لینک‌های مشابه توسط مفاصل یک یا دو درجه آزادی تشکیل شده‌اند.این ربات‌ها نسبت به ربات‌های دارای پا و یا چرخ ویژگی‌های زیادی دارند. در این مقاله سینماتیک و دینامیک ربات مارمانند برای حرکت کرم‌مانند، روی سطح شیب‌دار، برای اولین بار بررسی شده‌است. حرکت کرم‌مانند از انواع حرکتی است که ربات مارمانند در صفحه‌ی عمودی انجام می‌دهد. در ابتدا موقعیت، سرعت، شتاب و زوایای نسبی لینک‌ها با استفاده از منحنی سرپنوید محاسبه و معادلات دینامیکی با توجه به سینماتیک ربات به کمک معادلات نیوتن به دست می‌آیند. نیروی اصطکاک به عنوان تنها نیروی پیشروی با مدل کولمب، مدل می‌شود. سپس به تأثیر عواملی چون ضریب اصطکاک و زاویه‌ی سطح شیب‌دار پرداخته شده و نشان داده شده است که با افزایش این دو ضریب، گشتاور مورد نیاز افزایش می‌یابد. برای تأیید معادلات سینماتیک و دینامیک ارائه‌شده، از روش لاگرانژ و نرم‌افزار تجاری وباتس استفاده شده است. هم‌چنین، از معادلات سینماتیک و دینامیک ارائه‌شده، می‌توان برای تولید حرکت‌های دیگر ربات مارمانند که در صفحه‌ی عمودی اتفاق می‌افتند نیز استفاده کرد. از طرف دیگراهمیت هندسه‌ی لینک‌هاروی گشتاور موتورها نیز مورد بررسی قرار گرفته‌است. در انتها، به جزئیات ربات مارمانند FUM- Snake 3 پرداخته شده است. آزمایش‌های عملی صورت‌گرفته با استفاده از این ربات، نتایج نرم‌افزار وباتس و مدل دینامیکی را تصدیق می‌نماید.

واژه‌های کلیدی ربات مارمانند، منحنی سرپنوید، سینماتیک و دینامیک، سطح شیب‌دار.

Kinematics and Dynamics of a Snake Robot with Worm Like Locomotion on Inclined Surface

J. Safehian A. Akbarzadeh

Abstract *Snake robots are hyper-redundant robots that are connected with one or two DOF joints. They offer a number of potential advantages beyond the capabilities of most wheeled and legged robots. In this paper, kinematics and dynamics of a planar multi-link snake robot in worm-like locomotion on an inclined surface is investigated. In this locomotion, Snake robot is able to move in the vertical plane. Body shape and curvature function are used to determine the joint relative angles in accordance with the worm-like locomotion. Next, position, velocity and acceleration of each link as well as center of gravity of the snake body are calculated. Newton principle is used to derive the dynamic equations based on kinematics of the snake robot. Friction forces, as the only driving force is modeled using Coulomb friction. Effects of friction coefficient and angle of inclined surface on the joint torques are investigated. It is shown that by increasing these coefficients the motor torques also increase. Webots software and Lagrangian method are both used to verify the theoretical results. Additionally, kinematics and dynamics equation presented in this paper may be used to generate other locomotions in vertical plane. Effect of link geometrical shape on motor torques is also investigated. Finally, FUM-Snake3 robot and physical experiments are used to further validate the mathematical model.*

Key Words Snake Robot, Serpenoid Curve, Kinematics and Dynamics, inclined surface.

---

*تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۳/۳و تاریخ پذیرش آن ۱۳۹۱/۷/٤می‌باشد.

(۱) نویسنده‌ی مسؤول: دانشجوی دکتری،گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۲) دانشیار، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

مقدمه

ربات‌های مارمانند با تعداد درجه‌ی آزادی زیاد از ۳۰ سال قبل مورد مطالعه قرار گرفته‌اند [1]. در طی این مدت زمان، مدل‌های حرکتی مختلفی از ربات‌های مارمانند بررسی شده‌اند [2-4]. حرکت سرپنتین (Serpentine Locomotion) (در صفحه‌ی افقی) و حرکت موج شکل (در صفحه‌ی عمودی) دو مدل حرکتی صفحه‌ای می‌باشند[5-8]. حرکت سرپنتین بر روی زمین شکل گرفته و نیروی پیشروی آن تنها اصطکاک می‌باشد که از اختلاف ضریب اصطکاک در جهت مماسی و عمودی سرچشمه می‌گیرد [9,10]. به‌علاوه دانشمندان به بررسی حرکت ربات مارمانند در سه بعد نیز پرداخته‌اند که از ترکیب دو حرکت افقی وعمودی به دست می‌آید [11]. اکثر حرکت‌ها معمولاً نیاز به چرخ دارند. اما برخلاف بیشتر حرکت‌ها، حرکت کرم‌مانند نیاز به چرخ ندارد. یکی دیگر از ویژگی‌های مهم این نوع حرکت این است که عرض آن به طور تقریبی با عرض ربات مارمانند یکی می‌باشد. در حالی که فضای اشغال‌شده توسط حرکت سرپنتین به دامنه‌ی حرکت ربات مارمانند بستگی دارد، که معمولاً از عرض ربات بزرگ‌تر است. لذا از این حرکت می‌توان برای عبور از شکاف‌های باریک استفاده کرد. با کنترل کردن مفصل‌ها در حرکت کرم‌مانند، ربات می‌تواند قسمتی از بدن خود را بالا آورد تا به طرف دیگر شکاف برسد و از روی شکاف عبور کند. از طرفی حرکت عمودی دارای بازدهی کمی می‌باشد، زیرا سرعت این حرکت نسبت به حرکت‌های دیگر ربات مارمانند کم‌تر است [6]. چن و همکاران [11] در مقاله‌ی خود مدلی برای حرکت موج‌شکل ارائه کرده و آن را از نظر سینماتیک و دینامیک مورد مطالعه قرار داده‌اند. هم‌چنین ایشان نتایج محاسبات خود را بر روی یک ربات ۸ لینکی پیاده‌سازی کرده‌اند. آن‌ها از روش نیوتن برای به دست آوردن معادلات دینامیکی استفاده کرده‌اند. در مقاله‌ی [12] به کمک روش نیوتن توانسته‌اندمدلی را برای دینامیک و هم‌چنین قیود محیطی برای حرکت خزشی ایجاد کنند. اکبرزاده و حسن‌زاده [13-15] دینامیک و سینماتیک حرکت سرپنتین را مورد بررسی قرار داده‌اند. هم‌چنین آن‌ها به کمک الگوریتم ژنتیک این نوع حرکت را بهینه و به حرکات جدیدی دست یافته‌اند. به‌علاوه اکبرزاده و همکاران [16-18] حرکت موج‌شکل که در صفحه‌ی عمودی اتفاق می‌افتد را نیز مورد بررسی قرار داده‌اند.

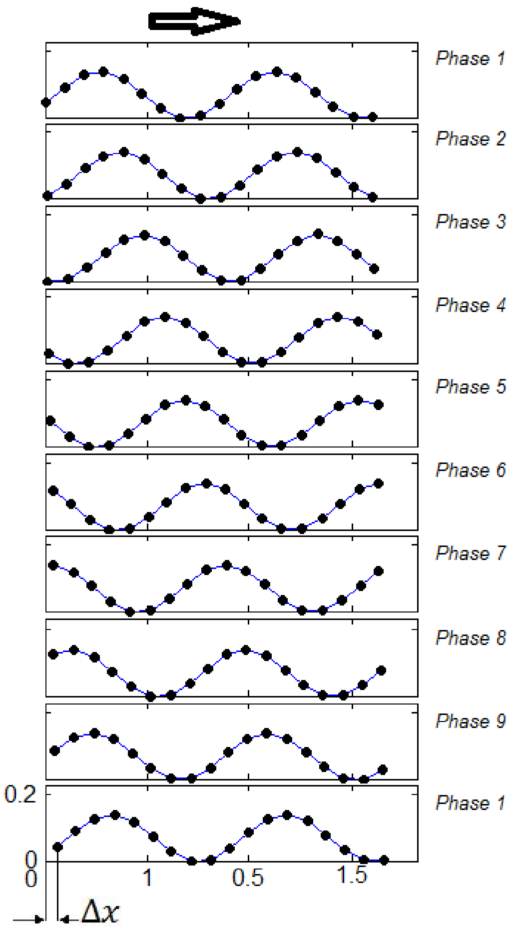
در این مقاله سینماتیک و دینامیک ربات مارمانند به کمک روش نیوتن در حرکت کرم‌مانند برای اولین بار بر روی سطح شیب‌دار مورد مطالعه قرار گرفته‌است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش شیب و ضریب اصطکاک، گشتاور لازم برای موتورها افزایش می‌یابد. در ادامه نتایج حاصل از روش نیوتن، توسط نتایج حاصل از روش لاگرانژ و نرم‌افزار وباتس ارزیابی و صحه‌گذاری شده‌است. آزمایش‌های انجام‌شده توسط ربات مارمانند FUM- snake 3 نشان می‌دهند که مدل سینماتیکی و دینامیکی ارائه‌شده در این مقاله مناسب می‌باشند. هم‌چنین با استفاده از ایده‌ی جدیدی در طراحی لینک‌های این ربات، گشتاور لازم در مفصل‌های ربات، کاهش یافته است.

مکانیزم حرکت کرم‌مانند

حرکت کرم‌مانند به صورت دوبعدی و در صفحه‌ای عمود بر کف زمین انجام می‌شود. به منظور تشریح مدل حرکتی کرم‌مانند، ربات مارمانند به صورت یک مدل چندلینکی، در شکل (۱) ساده‌سازی شده است. این مدل شامل ۱۷ لینک صلب، با توزیع وزن یک‌نواخت، توسط ۱٦ مفصل به هم متصل شده‌اند. هر مفصل توسط یک موتور به حرکت در می‌آید. در شکل نقاط سیاه نماینده‌ی مفصل میان لینک‌ها، بردار سیاه نشان دهنده‌ی جهت پیش‌روی و Δx معرف میزان پیش‌روی ربات است. در مدل لینک-مفصل مذکور فرض بر این است که همواره ربات توسط نقاط مفصل

بروی زمین قرار می‌گیرد. به زبان دیگر، مفصل‌ها تنها نقاط تماس ربات با زمین هستند. با این فرض می‌توان گفت که تمام نیروهای خارجی وارد بر ربات، به استثنای نیروی گرانش، از طریق نقاط مفصل‌ها به ربات وارد می‌شوند.

در شکل (۱) یک دوره‌ی کامل حرکتی براساس نحوه‌ی تماس مفصل‌ها با زمین به نه فاز تقسیم شده‌است. همان‌طور که در شکل نشان داده شده‌است، در طول حرکت همواره فقط دو نقطه از ربات با زمین در تماس است و به تبع آن نیروی اصطکاک ناشی از زمین، تنها در دو نقطه به ربات وارد می‌شود. هم‌چنین ما فرض می‌کنیم لینک‌ها برای مدت بسیار کوتاهی در حالت افقی توقف خواهند داشت. این فرض‌ها در ادامه برای ساده‌سازی حل دینامیک ربات مارمانند در حرکت کرم‌مانند استفاده شده‌است.



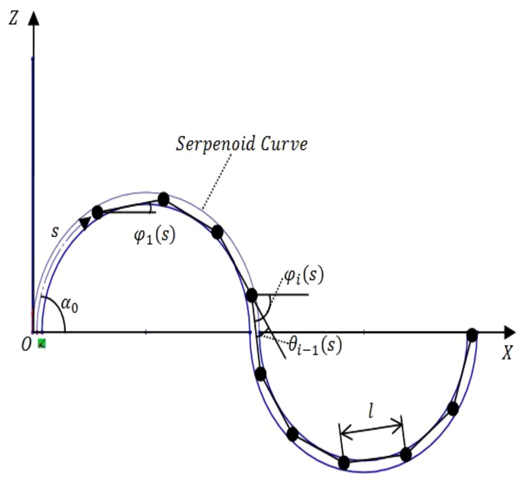
شکل ۱ چگونگی قرار گرفتن لینک‌ها بر روی منحنی سرپنوید

منحنی بدن مار

تا کنون، کنترل فرم بدن مار با تقلید از منحنی استخوان پشت مار تعریف شده است[1]. این منحنی می‌تواند با استفاده از منحنی سرپنوید (Serpenoid Curve) تخمین زده شود. انحنای منحنی سرپنوید از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$\rho(s) = \frac{-2k_n \pi\alpha}{L}\sin(\frac{2k_n \pi s}{L}) \qquad (۱)$$

که در آن L طول مار، k_n تعداد موج‌ها، α زاویه‌ی پیچش اولیه‌ی منحنی و s متغیری در طول بدن مار می‌باشد، که در شکل (۲) نشان داده شده‌است. ربات مارمانند شامل n لینک به طول l است که توسط n-1 مفصل به یکدیگر وصل شده‌اند. هر لینک طوری طراحی شده‌است که مرکز جرم در وسط لینک قرار گیرد. زاویه‌ی نسبی لینک‌ها با توجه به رابطه‌ی $d\theta = \rho ds$ به راحتی قابل محاسبه می‌باشند.



شکل ۲ قرار گرفتن لینک‌ها بر روی منحنی سرپنوید

$$\theta_i(s) = -2\alpha \sin(\frac{k_n\pi}{L}) \times \sin(\frac{2k_n\pi s}{L} + \frac{2k_n\pi i}{l_i} - \frac{k_n\pi}{n}) \quad (٢)$$

با مشتق‌گیری از معادله‌ی (٢) سرعت و شتاب نسبی لینک‌ها به صورت زیر قابل محاسبه‌است.

$$\dot{\theta}_i(s) = \frac{-4\alpha k_n\pi}{L}\sin(\frac{k_n\pi}{L}) \times \sin(\frac{2k_n\pi s}{L} + \frac{2k_n\pi i}{l_i} - \frac{k_n\pi}{n})\dot{s} \quad (٣)$$

$$\ddot{\theta}_i(s) = \frac{-4\alpha k_n\pi}{L}\sin(\frac{k_n\pi}{L}) \times \sin(\frac{2k_n\pi s}{L} + \frac{2k_n\pi i}{l_i} - \frac{k_n\pi}{n})\ddot{s} + 8\frac{-4\alpha k^2{}_n\pi^2}{L^2}\sin(\frac{k_n\pi}{L}) \times \sin(\frac{2k_n\pi s}{L} + \frac{2k_n\pi i}{l_i} - \frac{k_n\pi}{n})\dot{s}^2 \quad (٤)$$

که در آن n تعداد لینک‌ها به طول l_i و $\theta_i(s)$، $\dot{\theta}_i(s)$ و $\ddot{\theta}_i(s)$ به ترتیب زاویه‌ی نسبی، سرعت زاویه‌ای نسبی و شتاب زاویه‌ای نسبی لینک iام نسبت به محور x است. با داشتن s، $\theta_i(s)$، $\dot{\theta}_i(s)$ و $\ddot{\theta}_i(s)$ از معادلات (٤-٢) قابل محاسبه خواهند بود. زوایای مطلق، سرعت و شتاب مطلق مفصل‌ها نیز به کمک فرمول‌های زیر محاسبه می‌شوند.

$$\varphi_i = \varphi_1 + \sum_{k=1}^{i-1}\theta_k \quad (٥)$$

$$\dot{\varphi}_i = \dot{\varphi}_1 + \sum_{k=1}^{i-1}\dot{\theta}_k \quad (٦)$$

$$\ddot{\varphi}_i = \ddot{\varphi}_1 + \sum_{k=1}^{i-1}\ddot{\theta}_k \quad (٧)$$

که $\varphi_i(s)$، $\dot{\varphi}_i(s)$ و $\ddot{\varphi}_i(s)$ به ترتیب زاویه‌ی مطلق، سرعت زاویه‌ای مطلق و شتاب زاویه‌ای مطلق لینک iام نسبت به محور x می‌باشند.

سینماتیک ربات مارمانند

در شکل (٣)، O-X-Z به عنوان سیستم مختصات ثابت و $o_i x_i z_i$ به عنوانسیستم مختصات محلی نشان داده شده‌است. با توجه به این شکل، سیستم مکانیکی در صفحه دارای n+2درجه آزادی است که با n-1 مفصل به یکدیگر متصل شده‌اند .این سیستم مکانیکی دارای سه مختصاتِ اصلیِ مستقلِ x_1، z_1 و φ_1 است و بقیه در ارتباط با این سه مختصه می‌باشند. لذا داریم:

$$x_{i+1} = x_i + l_i \cos\varphi_i \quad (٨)$$

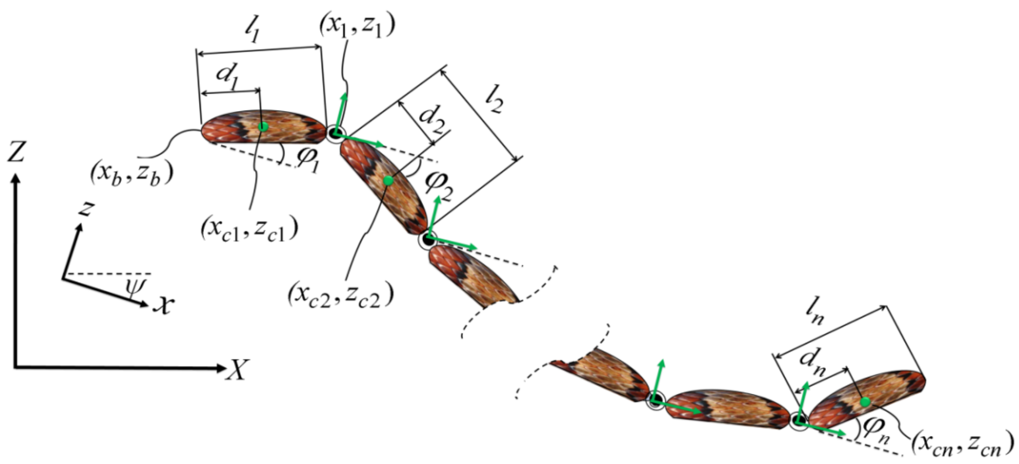
$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i - l_i\dot{\varphi}_i \sin\varphi_i \quad (٩)$$

$$\ddot{x}_{i+1} = \ddot{x}_i - l_i\dot{\varphi}^2{}_1 \cos\phi_i - l_i\ddot{\varphi}_1 \sin\varphi_i \quad (١٠)$$

$$z_{i+1} = z_i + l_i \sin\varphi_i \quad (١١)$$

$$\dot{z}_{i+1} = \dot{z}_i + l_i\dot{\varphi}_i \cos\varphi_i \quad (١٢)$$

$$\ddot{z}_{i+1} = \ddot{z}_i - l_i\dot{\varphi}^2{}_i \sin\varphi_i + l_i\ddot{\varphi}_i \cos\varphi_i \quad (١٣)$$



شکل ۳ مختصات گذاری بر روی ربات مارمانند

که در روابط بالا x_i، z_i، $\dot{x}_i$، $\dot{z}_i$، $\ddot{x}_i$ و $\ddot{z}_i$ به ترتیب موقعیت، سرعت و شتاب مفصل iام می‌باشند. در این مقاله طول یکسان l، برای تمامی لینک‌ها در نظر گرفته شده‌است. بنابراین موقعیت، سرعت و شتاب مرکز جرم لینک iام به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$x_{iG} = x_i + \frac{1}{2}\cos\varphi_i \qquad (۱۴)$$

$$\dot{x}_{iG} = \dot{x}_i - \frac{1}{2}\dot{\varphi}_i \sin\varphi_i \qquad (۱۵)$$

$$\ddot{x}_{iG} = \ddot{x}_i - \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2{}_i \cos\varphi_i - \frac{1}{2}\ddot{\varphi}_i \sin\varphi_i \qquad (۱۶)$$

$$z_{iG} = z_i + \frac{1}{2}\sin\varphi_i \qquad (۱۷)$$

$$\dot{z}_{iG} = \dot{z}_i + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_i \cos\varphi_i \qquad (۱۸)$$

$$\ddot{z}_{iG} = \ddot{z}_i - \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2{}_i \sin\varphi_i + l\ddot{\varphi}_i \cos\varphi_i \qquad (۱۹)$$

که در روابط بالا x_{iG}، z_{iG}، $\dot{x}_{iG}$، $\dot{z}_{iG}$، $\ddot{x}_{iG}$ و $\ddot{z}_{iG}$ به ترتیب موقعیت، سرعت و شتاب مرکز جرم iامین لینک می‌باشند. موقعیت، سرعت و شتاب مرکز جرم ربات مارمانند با استفاده از فرمول‌های زیر قابل محاسبه هستند.

$$X_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_{iG}}{M} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{iG} \qquad (۲۰)$$

$$\dot{X}_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \dot{x}_{iG}}{M} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \dot{x}_{iG} \qquad (۲۱)$$

$$\ddot{X}_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \ddot{x}_{iG}}{M} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ddot{x}_{iG} \qquad (۲۲)$$

$$Z_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_{iG}}{M} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} z_{iG} \qquad (۲۳)$$

$$\dot{Z}_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \dot{z}_{iG}}{M} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \dot{z}_{iG} \qquad (۲۴)$$

$$\ddot{Z}_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \ddot{z}_{iG}}{M} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ddot{z}_{iG} \qquad (۲۵)$$

که X_G، Z_G، $\dot{X}_G$، $\dot{Z}_G$، $\ddot{X}_G$ و $\ddot{Z}_G$ به ترتیب موقعیت، سرعت و شتاب مرکز جرم کل ربات مارمانند را نشان می‌دهند . با ورودی s می‌توان موقعیت، سرعت و هم‌چنین شتاب لینک‌ها را از معادلات (۹ و ۸، ۵) محاسبه کرد.

دینامیک سیستم

دیاگرام نیرویی بین لینک‌ها در شکل (٤) نشان داده شده‌است .که در آن $N_{i,i+1}$ و $F_{i,i+1}$ نیروی عکس‌العمل و نیروی اصطکاک وارد از لینک iام به لینک i+1ام می‌باشند. همچنین τ_i و f_i و m_i و I_i به ترتیب نشان دهنده‌ی گشتاور وارد بر لینک iام، نیروی داخلی، جرم و ممان اینرسی لینک iام هستند. بنابراین طبق اصل نیوتن روابط زیر حاصل می‌شوند.

معادله‌ی نیوتن در جهت x به صورت زیر نوشته می‌شود،

$$f_{ix} - f_{i+1x} + F_{i,i} + F_{i,i+1} - mg \sin\psi = m\ddot{x}_{iG} \qquad (۲٦)$$

به صورت مشابه معادله‌ی نیوتن در جهت z به صورت زیر نوشته می‌شود،

$$f_{iz} - f_{i+1z} + N_{i,i} + N_{i,i+1} - mg\cos\psi = m\ddot{z}_{iG} \qquad (۲۷)$$

هم‌چنین محاسبه‌ی گشتاور نیروها حول مرکز جرم لینک ربات به صورت زیر نوشته می‌شود،

$$\tau_i - \tau_{i+1} + (f_{ix} + f_{i+1x} + F_{i,i} - F_{i,i+1})l\sin\varphi_i / 2 - (f_{iz} + f_{i+1z} + N_{i,i} - N_{i,i+1})l\cos\varphi_i / 2 = I_i\ddot{\varphi}_i \qquad (۲۸)$$

از آنجایی که سر و دم ربات مارمانند آزاد می‌باشد، لذا داریم،

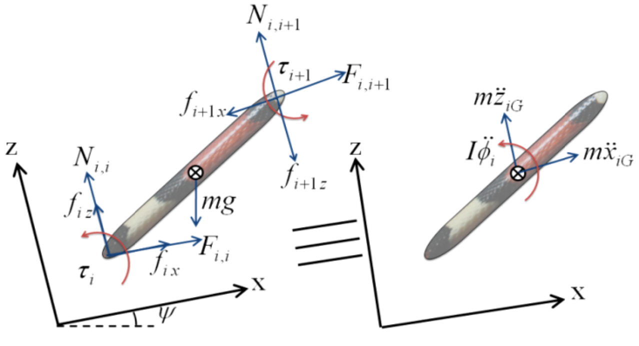
$$f_{1x} = f_{1z} = f_{n+1x} = f_{n+1z} = 0 \qquad (۲۹)$$

$$\tau_1 = \tau_{n+1} = 0 \qquad (۳۰)$$

از معادلات (۲۸-۲٦) به معادلات زیر دست خواهیم یافت،

$$\sum_{i=1}^{n} m\ddot{x}_{iG} = \sum_{i=1}^{n} F_i \qquad (۳۱)$$

$$\sum_{i=1}^{n} m\ddot{z}_{iG} = 0 \qquad (۳۲)$$



شکل ٤ نیروهای وارد بر لینک i

با قرار دادن معادله‌های (۱۹ و ۱٦) در معادلات (۳۱ و ۲۳) روابط زیر حاصل می‌شود،

$$mn\ddot{x}_1 - m\sum_{i=1}^{n}\left\{\left[\sum_{k=1}^{i-1}(l\cos(\phi_k)\dot{\phi}_k^2 + l\sin(\phi_k)\ddot{\phi}_k) + *\right]\right\} = \sum_{i=1}^{n}F_i - n\, mg\sin\psi$$

$$*=\frac{1}{2}\cos(\phi_i)\dot{\phi}_i^2 + \frac{1}{2}\sin(\phi_i)\ddot{\phi}_i \qquad (۳۳)$$

$$n\ddot{z}_1 - \sum_{i=1}^{n}\left\{\left[\sum_{k=1}^{i-1}(l\sin(\phi_k)\dot{\phi}_k^2 - l\cos(\phi_k)\ddot{\phi}_k) + *\right]\right\} = 0$$

$$*=\frac{1}{2}\sin(\phi_i)\dot{\phi}_i^2 - \frac{1}{2}\cos(\phi_i)\ddot{\phi}_i \qquad (۳٤)$$

با استفاده از معادلات (۳٤ و ۳۳)، شتاب ابتدای سر ربات مارمانند ($\ddot{x}_1$ و $\ddot{z}_1$) قابل محاسبه خواهد بود. هم‌چنین به کمک معادلات (۲۷ و ۲٦) می‌توان ارتباط بین نیروهای داخلی و خارجی را، از دم تا سر ربات، محاسبه کرد.

$$f_{ix} = \sum_{j=i}^{n} m\ddot{x}_j - \sum_{j=i+1}^{n+1} F_j - F_{i,i} + (n-i+1)mg\sin\psi \qquad (۳۵)$$

$$f_{iz} = \sum_{j=i}^{n} m\ddot{z}_j - \sum_{j=i+1}^{n+1} N_j + (n+1-i)mg\cos\psi - N_{i,i} \qquad (۳٦)$$

با قرار دادن معادلات (۳٦ و ۳۵) در معادله (۲۸) داریم:

$$\tau_i - \tau_{i+1} + (2\sum_{j=i}^{n} m\ddot{x}_j - m\ddot{x}_i - 2\sum_{j=i+1}^{n+1} F_j + (2n+1-2i)mg\sin\psi)l\sin\phi_i/2 - (2\sum_{j=i}^{n} m\ddot{z}_j - m\ddot{z}_i - 2\sum_{j=i+1}^{n+1} N_j + (2n+1-2i)mg\cos\psi)l\cos\phi_i/2 = I_i\ddot{\phi}_i \qquad (۳۷)$$

که در آن F_j و N_j جایگزین نیروی عکس‌العمل می‌باشند که به صورت زیر تعریف می‌شوند.

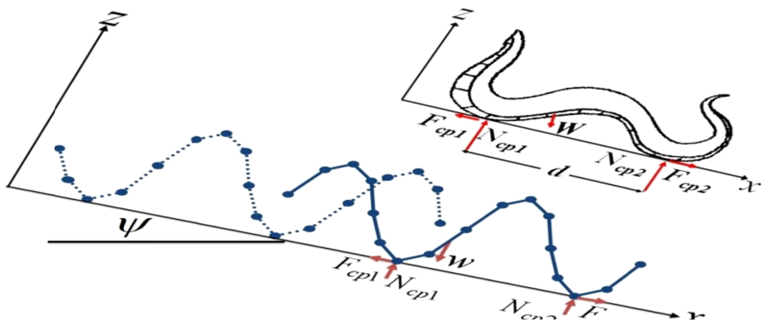
$$F_j = F_{j-1,j} + F_{j,j} \qquad (۳۸)$$

$$N_j = N_{j-1,j} + N_{j,j} \qquad (۳۹)$$

محاسبه‌ی نیروهای تکیه‌گاهی واصطکاک در بخش بعد انجام شده‌است.

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{\begin{array}{l}(2\sum_{j=i}^{n} m\ddot{x}_j - m\ddot{x}_i - 2\sum_{j=i+1}^{n+1} F_j + \\ (2n+1-2i)mg\sin\psi)l\sin\varphi_i/2 \\ -(2\sum_{j=i}^{n} m\ddot{z}_j - m\ddot{z}_i - \\ 2\sum_{j=i+1}^{n+1} N_j + (2n+1-2i)mg\cos\psi)l\cos\varphi_i/2\end{array}\right\} = \sum_{i=1}^{n} I_i\ddot{\varphi}_i \qquad (٤۰)$$

از معادلات (۳۳، ۳٤، ٤۰) مجهولات $\ddot{x}_1$، $\ddot{\varphi}_1$ و $\ddot{z}_1$ محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از روابط اویلر در انتگرال‌گیری، x_1، φ_1 و z_1 در لحظه‌ی بعد محاسبه خواهد شد و این کار تا پایان زمان شبیه‌سازی ادامه می‌یابد.



شکل ۵ نیروهای خارجی وارد بر ربات مارمانند

بررسی نیروهای محیطی. بررسی نیروهای اصطکاک وارده بر ربات، اصلی‌ترین موضوع در تعیین دینامیک ربات است. زیرا نیروهای اصطکاک و هم‌چنین نیروی عکس‌العمل زمین، تابعی از فرم بدن ربات مارمانند در حرکت می‌باشند. ربات ۱۶ لینکی نشان داده شده در شکل (۵) را در نظر بگیرید. برای این ربات k_n به عنوان مؤثرترین پارامتر در تعیین فرم ظاهر ربات، ۲ در نظر گرفته شده‌است. این پارامتر تعیین‌کننده‌ی تعداد موج‌هایی (پریودهایی) است که در پیکره‌ی مار دیده می‌شود.

شکل (۵) نشان دهنده‌ی حرکت کرم‌مانند در یک زمان خاص می‌باشد. مفصل‌های در تماس با زمین، با دونقطه cp1 و cp2 مشخص شده‌اند. نیروهای خارجی وارد بر جسم عبارتند از؛نیروی گرانشی (W)، نیروی اصطکاک (F) و نیروی عکس‌العمل زمین (N). نیروی اصطکاک همان نیروی جلوبرنده است. براساس معادل‌سازی نیروها و گشتاورها داریم،

$$N_{cp1} = \frac{1}{\lambda}\begin{bmatrix} (W\cos\psi + M\ddot{Z}_G)(x_G - x_{cp1}) \\ -(W\sin\psi + M\ddot{X}_G)z_G \end{bmatrix} \qquad (۴۱)$$

$$N_{cp1} = W\cos\psi - N_{cp2} \qquad (۴۲)$$

که d، فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی در تماس با زمین است. هم‌چنین $M\ddot{X}_G$ و $M\ddot{Z}_G$ نیروهای اینرسی وارد بر بدنه‌ی ربات مار می‌باشند. اصطکاک کولمب (Coulomb friction) از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$F_i = -\mu.\mathrm{sign}(v).N_i \qquad (۴۳)$$

که در آن μ ضریب اصطکاک بین بدن مار و زمین است. با استفاده از معادلات (۴۳-۴۱) نیروی اصطکاک محاسبه می‌شود. در قسمت بعد نتایج حاصل از حل معادلات برای شبیه‌سازی آورده شده‌است.

بیان این نکته در مدل‌سازی دینامیکی ضروری است که ربات در حین پیشروی همواره در دو نقطه با زمین در تماس خواهد بود. این مطلب در شکل (۱) به وضوح نشان داده شده‌است.

نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت حرکت کرم‌مانند شبیه‌سازی شده‌است و نتایجی از قبیل تأثیر اصطکاک و زاویه‌ی پیچش اولیه، بر گشتاور مورد بررسی قرار گرفته‌اند. پارامترهای فیزیکی ربات و پارامترهای منحنی سرپنوید در دو جدول (۲ و ۱) آورده شده‌اند. از طرفی مقدار $\dot{s}$ را به صورت دل‌خواه زیر تعریف می‌کنیم.

$$\ddot{s} = \begin{cases} -a & 0 \le t < T/10 \\ 0 & T/10 \le t < 9T/10 \\ a & 9T/10 \le t < T \end{cases} \qquad (٤٤)$$

جدول ۱ پارامترهای شبیه‌سازی

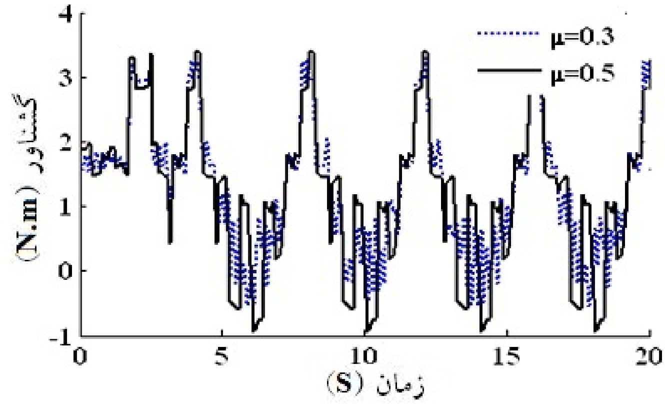
طول هر لینک بر حسب متر	l=0.1
تعداد کل لینک‌ها	n=16
جرم هر لینک بر حسب کیلوگرم	M=0.1
ضریب اصطکاک	μ=0.3

جدول ۲ پارامترهای منحنی سرپنوید

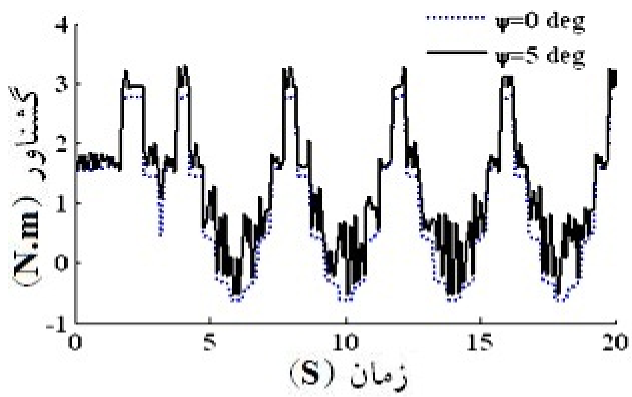
زاویه‌ی پیچش اولیه	$\alpha=\pi/6$
طول کل ربات مارمانند	L=1.6 m
تعداد موج‌ها	k_n=2

که درآن T زمان شبیه‌سازی و a شتاب مطلوب می‌باشد. مفصل ۹ را در نظر بگیرید. این مفصل نزدیک‌ترین نقطه به مرکز جرم کل ربات است. از طرفی در میان مفصل‌های ربات بیشترین گشتاور به آن وارد می‌شود. هنگامی که $\alpha = \pi/6$ ، μ دارای دو مقدار مشخص‌شده در شکل و هم‌چنین زاویه‌ی سطح شیب‌دار $\psi = 5^\circ$ باشد، گشتاور مورد نیاز به صورتی که در شکل (٦) نشان داده شده است تغییر می‌کند.

همان‌طورکه انتظار می‌رود، با افزایش ضریب اصطکاک، گشتاور لازم نیز افزایش می‌یابد. مفصل ۹ را دوباره در نظر بگیرید. فرض کنید $\mu = 0.3$ و $\psi = 0^\circ, 5^\circ$ در نظر گرفته شده باشند. همانطور که از شکل (۷) پیداست، با افزایش زاویه‌ی سطح شیب‌دار، گشتاور مورد نیاز نیز افزایش می‌یابد. باید توجه داشت که علت پیک‌ها در منحنی گشتاور، وجود تماس‌های ضربه‌ای ربات با زمین در حین حرکت می‌باشد.



شکل ٦ تأثیر محیط بر گشتاور مفصل ۹



شکل ۷ تأثیرزاویه‌ی سطح شیب‌دار بر گشتاور مفصل ۹

از شکل‌های (۷ و ٦) می‌توان نتیجه گرفت کـه بـا افزایش شیب از 0° تا 5° و هم‌چنین افـزایش ضـریب اصطکاک از 0.3 تا 0.5، متوسط قدرمطلق گشتاور مورد نیـاز بـه ترتیـب در حـدود 22% و 15% افـزایش یافته‌است. متوسط قدرمطلق گشتاور به صورت رابطه‌ی (٤٥) قابل محاسبه‌است [11].

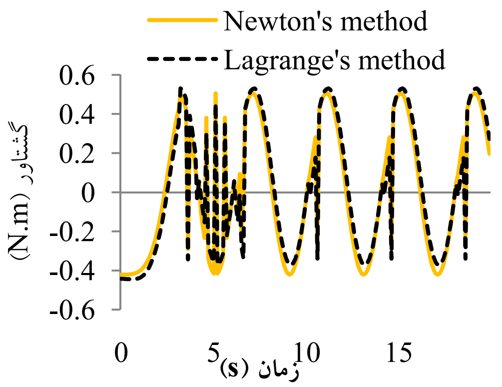
$$\tau_{ave} = \frac{\sum_{i=1}^{N}|\tau_i|}{N} \qquad (٤٥)$$

در ادامه برای تصدیق روابط فوق از روش لاگرانژ و نرم‌افزار وباتس (Webots) استفاده شده است.

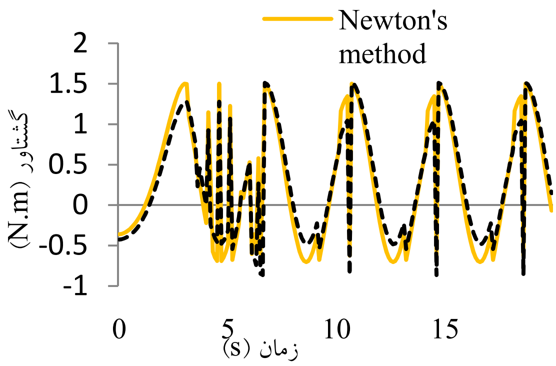
تصدیق نتایج

نرم‌افزار وباتس توسط یک مهندس کامپیوتر سوئیسـی، طراحی و توسعه داده شده‌است[19].درو‌باتسبه وسیله‌ی محیط‌گرافیکی، تک‌تک المان‌های ربات کنار هم متصل می‌شوند وهر کدام داری یک مرز مشخص‌خواهند بـود. در صورت برخورد ربات با هـر شـیء خـارجیِ دارایِ جـرم ومـرز، هماننـد محـیط واقعـی تصـادم صـورت می‌گیرد. لذا رباتی کـه در ایـن نـرم‌افـزار شـبیه‌سـازی شود،اگر با موفقیت مأموریتش را انجام بدهد، در محیط طبیعی و پس از ساخت هم با همین موفقیت روبـه رو خواهـد شـد. لذاوباتسـیک محـک بسیار عـالی بـرای ارزیابی دینامیکی ربات به شمار می‌آید [21,22]. تمـام الگوریتم‌های حرکت وگریز از مانع ربات، بـه‌وسـیله‌ی برنامه‌نویسی به زبان C نوشته شده‌است. ابتدا دو روش نیـوتن و لاگرانـژ مقایسـه خواهنـد شـد و سـپس شبیه‌سازی‌ها در محیط نرم‌افزار وبـاتس مـورد بررسـی قرار خواهد گرفت.

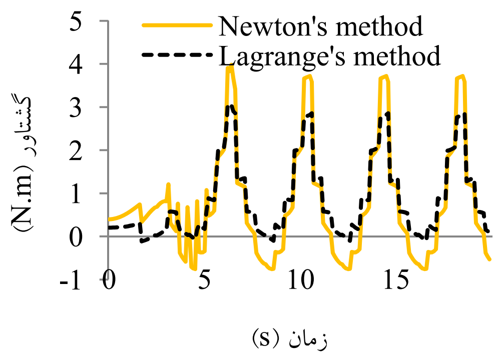
شکل‌های (۱۰–۸) مقایسـه‌ی بـین روش نیـوتن و لاگرانژ [18] در مفصل‌های ۱، ۳ و ۹ را نشان می‌دهد.



شکل ۸ مقایسه گشتاورهای محاسبه شده با استفاده از روش نیوتن و لاگرانژ در مفصل یک، به ازای $\Psi=0^\circ$



شکل ۹ مقایسه گشتاورهای محاسبه‌شده با استفاده از روش نیوتن و لاگرانژ در مفصل سه، به ازای $\Psi=0^\circ$



شکل ۱۰ مقایسه گشتاورهای محاسبه شده با استفاده از روش نیوتن و لاگرانژ در مفصل نه، به ازای $\Psi=0^\circ$

در شکل‌های (۱۰–۸) دیده می‌شود که در برخی فواصل زمانی، مقدار گشتاور به صورت منفی محاسبه شده‌است. مقادیر مثبت و منفی بدان معناست که جهت بردار گشتاور در مفاصل به سمت خارج و داخل صفحه متغیر است. همان‌طور که در این شکل‌ها قابل مشاهده‌است، روند تغییرات گشتاور حاصل از حل معادلات دینامیکی به روش نیوتن در این مقاله، با دقت خوبی مشابه گشتاورهای محاسبه‌شده از روش لاگرانژ است. در جدول (۳) گشتاورهای ماکزیمم و مینیمم حاصل از دو روش لاگرانژ و نیوتن با هم مقایسه شده‌اند. در این جدول N_{Max} بیشترین گشتاور در روش نیوتن، L_{Max} بیشترین گشتاور در روش لاگرانژ، N_{Min} کم‌ترین گشتاور در روش نیوتن و L_{Min} کم‌ترین گشتاور در روش لاگرانژ در مفصل‌های مختلف است. هم‌چنین نسبت اختلاف نتایج حاصل از دو روش به صورت رابطه‌ی (٤٧ و ٤٦) محاسبه شده‌است.

$$R_{Max}=\frac{|N_{Max}-L_{Max}|}{N_{Max}} \tag{٤٦}$$

$$R_{Min}=\frac{|N_{Min}-L_{Min}|}{N_{Min}} \tag{٤٧}$$

مشاهده‌ی R_{Max} و R_{Min} در جدول (۳) نشان می‌دهد، هر چقدر مفصل به محل مرکز جرم ربات نزدیک‌تر باشد، اختلاف گشتاورهای محاسبه‌شده در دو روش بیشتر خواهد بود. به زبان دیگر در مقایسه‌ی شکل‌های (۱۰–۸)، اختلاف گشتاورهای محاسبه‌شده میان دو روش، برای مفصل ۹ بیشتر است. دلیل این مسأله را می‌توان در ساده‌سازی انجام شده در روش نیوتن جستجو نمود. این ساده‌سازی در حل دینامیک مسأله در رابطه‌ی (۳۲) انجام گرفته‌است. در این رابطه شتاب مرکز جرم ربات در راستای عمود بر صفحه ($\ddot{Z}_G$) برابر با صفر در نظر گرفته شده‌است. از آن‌جا که مرکز جرم ربات به مفصل شماره‌ی ۹ نزدیک‌تر است، تأثیر این ساده‌سازی در گشتاور مفصل ۹ پر رنگ‌تر است. هم‌چنین لازم به ذکر است، هر چقدر تعداد لینک‌های سازنده‌ی ربات بیشتر باشد، صحت این فرض ساده‌سازی آشکارتراست.

پس از ایجاد مدل ربات مارمانند در نرم‌افزار وباتس، شرایط شبیه‌سازی، همانند شرایط شبیه‌سازی در نرم‌افزار متلب تعیین می‌شوند. سپس به موتورهای روی مفصل‌های ربات زاویه‌های نسبی معادله (۲) داده شده‌است. شکل (۱۱) نمایی از ربات مارمانند شبیه‌سازی‌شده در نرم‌افزار وباتس را نشان می‌دهد. شکل (۱۲)، مقایسه بین گشتاور خروجی در نرم‌افزار وباتس و روش نیوتن را نشان می‌دهد که صحت معادلات دینامیکی را بیان می‌کند.

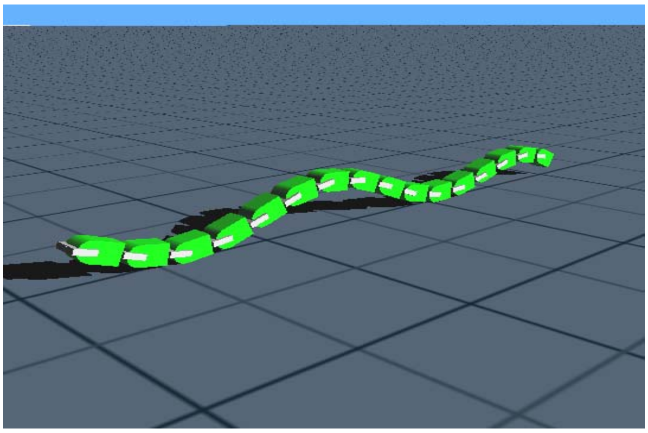
نتایج تجربی

بررسی حرکت کرم‌مانند در سطح شیب‌دار به صورت تجربی توسط ربات FUM- snake 3 (شکل ۱۳) انجام شده‌است. این ربات دارای ۹ لینک می‌باشد و قابلیت حرکت در صفحه‌ی عمودی را دارد. بر خلاف بیشتر ربات‌های مارمانند که از چرخ در زیر ربات استفاده شده‌است، لینک‌های این ربات بدون چرخ طراحی شده‌اند. این ربات قادر به عبور از شکاف و حرکت بر روی سطح شیب‌دار است. به طور کلی ربات‌هایی که در صفحه‌ی عمودی حرکت می‌کنند، دارای سرعت کم‌تری نسبت به انواع دیگر ربات‌ها هستند [20]. سرعت پیشروی این ربات در حدود 105 mm/s است که دارای سرعت مناسبی نسبت به هم‌نوعان خود است.

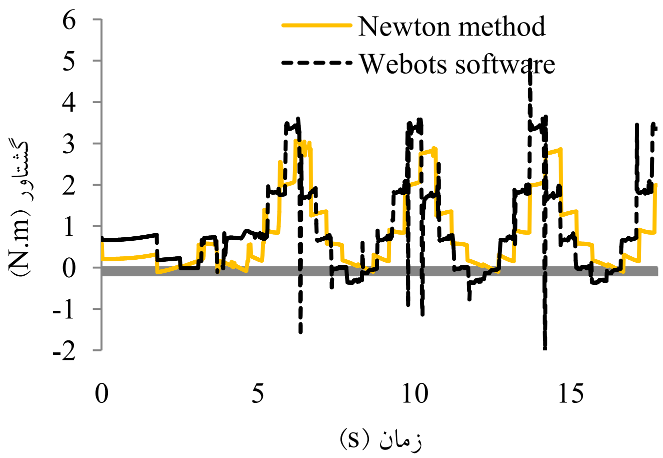
این ربات دارای طول 760 mm و وزن کلی 1.4 kg است. هر لینک آن دارای عرض و ارتفاعی به ترتیب 75 mm و 60 mm است. لینک‌های این ربات به گونه‌ای طراحی شده‌اند که هیچ‌گونه تداخلی در راستای دوران با یکدیگر ندارند (شکل ١٤). در ساخت ربات مارمانند از سروموتورهای Dynamixel-AX 12 استفاده شده است. هم‌چنین حداکثر جریان مورد استفاده‌ی این سروموتورها 900 mA است.

جدول ۳ مقایسه‌ی ماکزیمم و مینیمم‌های دو روش حل نیوتن و لاگرانژ (N.m)

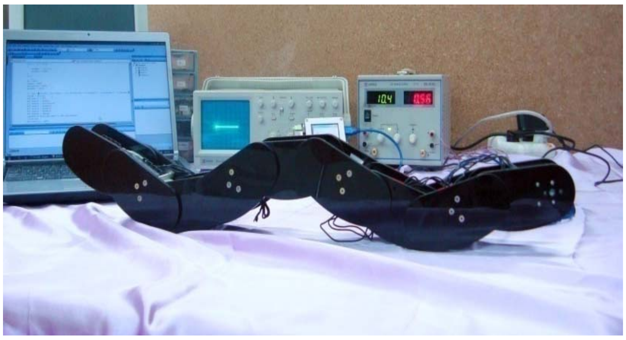
شماره‌ی مفصل	R_{Min}	N_{Min}	L_{Min}	R_{Max}	N_{Max}	L_{Max}
مفصل ۱	%11.7کم‌تر	-0.42	-0.37	%5.8 بیش‌تر	0.50	0.53
مفصل ۳	%31.9کم‌تر	-0.69	-0.47	%0	1.49	1.49
مفصل ۹	%85.1کم‌تر	-0.74	-0.11	%23.5کم‌تر	3.69	2.83



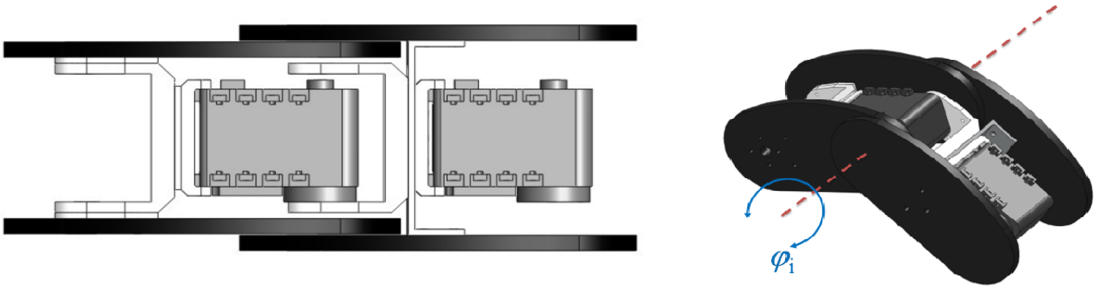
شکل ۱۱ نمایی از مدل ربات مار در حرکت کرم‌مانند در نرم‌افزار وباتس



شکل ۱۲ گشتاور خروجی از نرم‌افزار وباتس در مفصل ۹



شکل ۱۳ ربات FUM- snake 3



شکل ١٤ لینک ربات FUM- snake 3

نکته‌ی دیگر در طراحی این ربات، شکل هندسی منحصر به فرد لینک است که در شکل (۱۵) نشان داده شده‌است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، این لینک فاقد گوشه‌ی تیز است و گوشه‌ها به صورت منحنی انتخاب شده‌است.

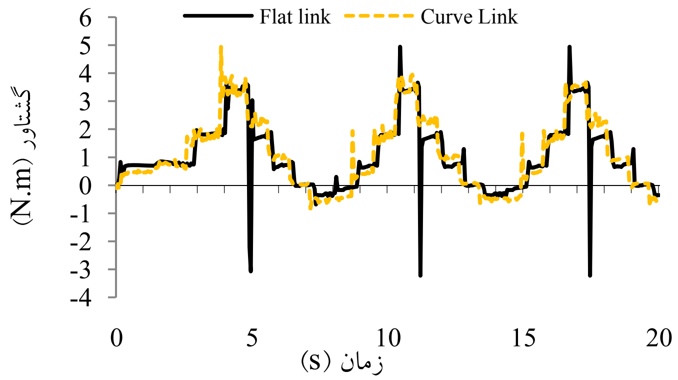
نتایج به دست آمده نشان می‌دهد، که استفاده از لینک انحنادار علاوه بر کاهش گشتاور لازم، فاصله‌ی پیموده‌شده را نیز افزایش می‌دهد. نکته‌ی دیگر این که با منحنی کردن لینک‌ها می‌توان، پیک‌های ایجادشده در گشتاور را تا حد زیادی حذف کرد. به عبارت دیگر زمانی که ربات بر روی لینک‌های انحنادار قرار می‌گیرد، نرم‌تر حرکت می‌کند. لذا طراحی لینک‌ها نیز در این ربات مارمانند اهمیت خاصی یافته است. شکل (١٦) حذف پیک‌های ایجادشده در گشتاور بر اثر تغییر در هندسه لینک را نشان می‌دهد.

برای صحه‌گذاری نتایج مدل دینامیکی، آزمایش‌های مختلفی در این راستا انجام شده‌است.

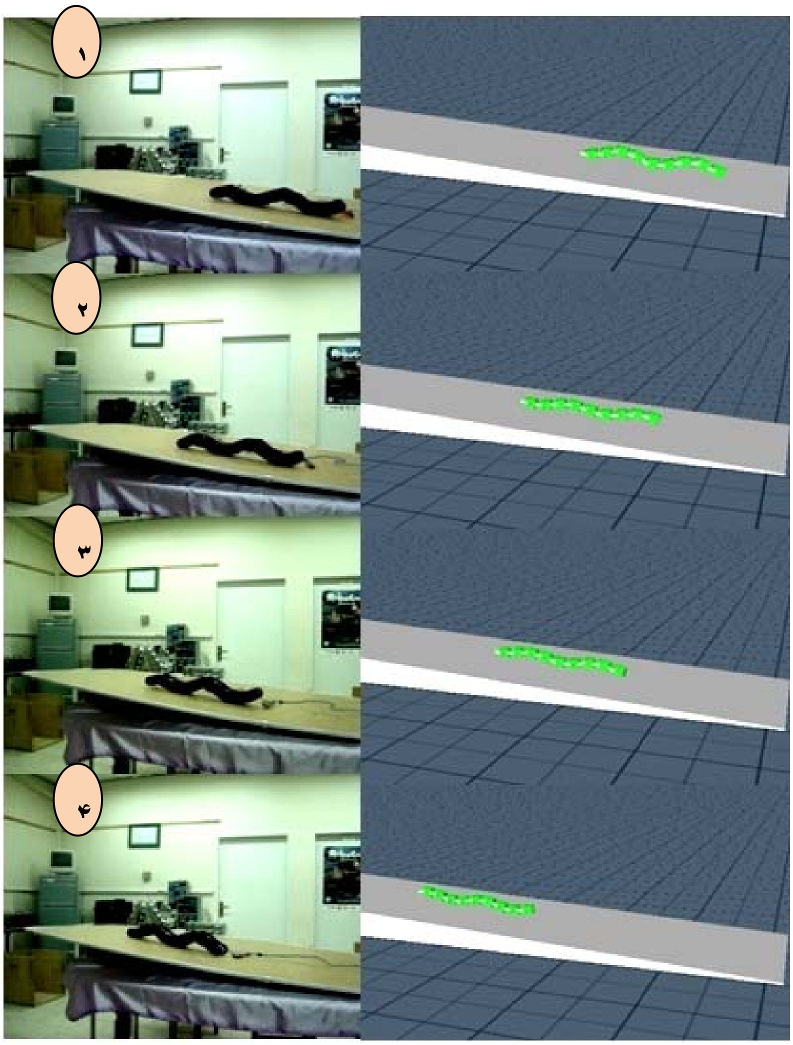
شکل (۱۷) ربات را در حال عبور از روی سطح شیب‌دار نشان می‌دهد.با تغییر زاویه‌ی سطح شیب‌دار می‌توان افزایش تقریباً15% جریان مورد استفاده‌ی سروموتورها را مشاهده نمود. هم‌چنین با تغییر در ضریب اصطکاک، تغییر در گشتاور مورد نیاز ربات (جریان مورد نیاز سروموتورها) قابل مشاهده‌است.



شکل ۱۵ هندسه لینک



شکل ۱٦ تأثیر هندسه‌ی لینک بر گشتاور خروجی ربات مارمانند در نرم‌افزار وباتس برای مفصل ۹



شکل ۱۷ ربات FUM- snake 3و شبیه‌سازی آن در نرم‌افزار وباتس

نتیجه‌گیری

در این مقاله دینامیک ربات مارمانند به کمک روش نیوتن در حرکت کرم‌مانند بر روی سطح شیب‌دار مورد بررسی قرار گرفته است. همانطور که نشان داده شده، با افزایش شیب از 0° تا 5° و هم‌چنین افزایش ضریب اصطکاک از 0.3 تا 0.5، گشتاور مورد نیاز به ترتیب تقریبا 22% و 15% افزایش می‌یابد. هم‌چنین برای تصدیق نتایج از روش لاگرانژ و نرم‌افزار وباتس استفاده شده‌است. در انتها ربات مارمانند FUM- snake 3 بررسی شده‌است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که مدل سینماتیک و دینامیکی ارائه‌شده در این مقاله مناسب می‌باشند. در طراحی لینک‌های این ربات، ایده‌ی جدیدی در هندسه‌ی لینک‌ها برای کاهش گشتاور مصرفی استفاده شده است.

تشکر و قدردانی. این تحقیق به‌وسیله‌ی طرح شماره11619، تاریخ ۲۸ مهر ۱۳۸۷ در دانشگاه فردوسی مشهد حمایت شده است.

مراجع

1. Hirose, S., "*Biologically Inspired Robots: Snake-Like Locomotors and Manipulators*", Oxford University Press, (1993).
2. Mori, M., and Hirose, S., "Three Dimensional Serpentine Motion and Lateral Rolling by Active Cord Mechanism ACM-R3", In the *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems,* Lausanne, Switzerland,(2002).
3. Yim, M., Duff, D.G., and Roufas, K., "Modular Reconfigurable Robots: An Approach to Urban Search and Rescue", In the *Proceedings of the 1st International Workshop onHuman-friendly Welfare Robotics Systems*, Taejon, Korea, (2000).
4. Burdick, J., Radford, J. and Chirikjian, G.S., "A sidewinding locomotion gait for hyper-redundant robots", *Adv. Robotics* 9 (3), pp. 195–216, (1993).
5. Paap, K.L., Dehlwisch, M. and Klaassen, B., "GMD-Snake: A Semi-Autonomous Snake-like Robot", In the *Proceedings of the 1996 Conference on Distributed Autonomous Robotic Systems 2*, Springer-Verlag, Tokyo, (1996).
6. Chen, L., Wang, Y.C., Ma, S.G. and Li, B., "Analysis of the traveling wave locomotion of snake robot", *in: Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics, Intelligent Systems and Signal processing*, pp. 365–369, (2003).
7. Ma, S., Araya, H. and Li, L., "Development of a creeping locomotion of snake-like robot", *Int. J. Robotics Autom*. 17 (4), pp. 146–153, (2002).
8. Poi, G., Scarabeo, C. and Allotta, B., "Traveling wave locomotion hyper-redundant mobile robot", *in: Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, (1998).

9. Dowling, K., "*Limbless Locomotion: Learning to Crawl with a Snake Robot*". Ph.D. thesis, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, (1997).

10. Yim, M., "New locomotion gains", *in: Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 310–316, (1994).

11. Chen, L., Ma, Sh., Wang, Y. and Li, B., "Design and modeling of a snake robot in traveling wave locomotion", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 42, pp. 1632–1642, (2007).

12. Ma. Sh., Li, W.J, Wang, Y., "A Simulator to Analyze Creeping Locomotion of a Snake-like Robot", *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation Seoul,* Korea, May 21-26, (2001).

13. Hasanzadeh, Sh. and Akbarzadeh, A.,"Ground adaptive and optimized locomotion of snake robot moving with a novel gait", *Auton Robot*. 28, 457–470, (2010).

14. Hasanzadeh, Sh. and Akbarzadeh, A., "Ground adaptive and optimized locomotion of snake robot moving with a novel gait", *Auton Robot*, 28 457–470, (2010).

15. Hasanzadeh, Sh. and Akbarzadeh, A., "Adaptive Optimal Locomotion of Snake Robot Based on CPG-Network Using Fuzzy Logic Tuner", *IEEE Conference - CIS RAM*, 2008.

16. kalani, H., Akbarzadeh, A. and Safehian, J., "Travelling Wave Locomotion of Snake Robot along Symmetrical and Unsymmetrical body shapes", *ISR-Robotik*, June 7-9, Munich, Germany, (2010).

17. Safehian, J., kalani, H. and Akbarzadeh, A., "A Novel Kinematics Modeling Method for Snake Robot in Traveling wave Locomotion", *ASME*, Istanbul, Turkey, (2010).

18. kalani, H., Akbarzadeh, A., "Design and Modeling of a Snake Robot Based on Worm-Like Locomotion", *Accepted, Advance Robotics*.

19. www.cyberbotics.com.

20. Hopkins, J.K., Spranklin, B.W. and Gupta, S.K., "A survey of snake-inspired robot designs", *Bionispiration and Biomimetics*. 4, (2009).

21. Michel, O., "Webots: Professional mobile robot simulation", *J. Adv. Robot. Syst.* 1 (1) 39–42, (2004).

22. Crespi, A., Badertscher, A. and Guignard, A.,"AmphiBot I: an amphibious snake-like robot", *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 50, pp. 163–175, (2005).